

Об оценке размещения деталей на карте раскроя с точки зрения оптимизации маршрута режущего инструмента

Е.А. Савицкий

Факультет вычислительной математики и информатики

Южно-уральский государственный университет

Челябинск, Россия

e-mail: egor88@inbox.ru

Аннотация¹

В статье рассматривается способ оценки карты раскроя листового материала с точки зрения оптимальности маршрута режущего инструмента. Приведен полиномиальный алгоритм для определения минимального числа врезок для карты раскроя, представленной в форме плоского графа. Показаны примеры представления карты раскроя в форме плоского графа для различных двумерных задач раскроя-упаковки.

1. Введение

В настоящее время широкое применение на практике нашли задачи раскроя-упаковки. В качестве основного оптимизационного критерия таких задач в большинстве случаев принимается критерий минимизации занимаемого заготовками пространства (экономия материала). Однако, на следующих за построением укладки деталей этапах технологической подготовки раскроя, возникает необходимость применять дополнительные критерии оптимальности.

Например, при построении оптимального маршрута режущего инструмента необходимо учитывать критерии: минимизации длины холостых переходов, числа точек врезки, стоимости выполнения раскроя и другие. В статье рассмотрен метод оценки возможности оптимизации маршрута режущего инструмента для предложенной карты раскроя.

В основе метода лежит идея: представить раскройный план в качестве плоского графа и оценить свойства его ОЕ-покрытия [1]. Введем некоторые определения и обозначения [2].

Труды третьей международной конференции "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений", 18 - 21 мая, Уфа, Россия, 2015

2. Представление карты раскроя в форме плоского графа

Моделью раскройного листа будем считать плоскость S , моделью раскройного плана – плоский граф G с внешней гранью f_0 на плоскости S . Для любой части графа $J \subseteq G$ (части траектории движения режущего инструмента) обозначим через $\text{Int}(J)$ теоретико-множественное объединение его внутренних граней (объединение всех связанных компонент множества $S \setminus J$, не содержащих внешней грани). Тогда $\text{Int}(J)$ можно интерпретировать как отрезанную от листа часть. Множества вершин, ребер и граней графа J будем обозначать через $V(J)$, $E(J)$ и $F(J)$ соответственно, а число элементов множества M – через $|M|$. При этом требуется, чтобы отрезанная от листа часть не требовала дополнительных разрезов. В общем случае раскройный план представляет многосвязный граф, состоящий из вложенных компонент связности. Задача состоит в построении покрытия графа ребрами, учитывающего ограничения, наложенные практической задачей.

В соответствии с [2] будем говорить, что цепь $C = v_1 e_1 v_2 e_2 \dots v_k$ в плоском графе G имеет **упорядоченное охватывание**, если для любой его начальной части $C_l = v_1 e_1 v_2 e_2 \dots e_l$, $l \leq (|E|)$ выполнено условие $\text{Int}(C_l) \cap E = \emptyset$.

Также будем говорить, что последовательность реберно-непересекающихся цепей $C^0 = v^0 e_1^0 v_1^0 e_2^0 \dots e_{k_0}^0 v_{k_0}^0$, $C^1 = v^1 e_1^1 v_1^1 e_2^1 \dots e_{k_1}^1 v_{k_1}^1, \dots$, $C^{n-1} = v^{n-1} e_1^{n-1} v_1^{n-1} e_2^{n-1} \dots e_{k_{n-1}}^{n-1} v_{k_{n-1}}^{n-1}$ с упорядоченным охватыванием, покрывающая граф G и такая, что

$$(\forall m : m < n) \left(\bigcup_{l=0}^{m-1} \text{Int}(C^l) \right) \cap \left(\bigcup_{l=m}^{n-1} C^l \right) = \emptyset$$

является **покрытием с упорядоченным охватыванием (ОЕ-покрытием)**.

С точностью до гомеоморфизма представление любого плоского графа $G = (V, E)$ возможно с помощью задания для каждого ребра e функций $v_1(e), v_2(e), l_1(e), l_2(e), f_1(e), f_2(e)$ (рис.1).

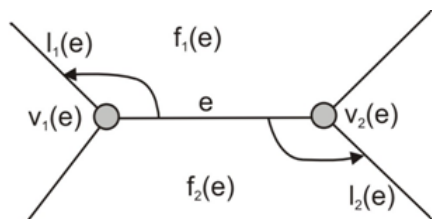


Рис.1. Функции, кодирующие ребра графа

Функции $v_k(e), k = 1, 2$ представляют вершины, инцидентные ребру e , $f_k(e), k = 1, 2$ – грани, которые находятся слева при движении по ребру e от вершины $v_k(e)$ к $v_{3-k}(e)$, и $l_k(e), k = 1, 2$ – ребра, инцидентные граням $f_k(e)$.

Задача прямоугольного раскроя

При решении задачи прямоугольной упаковки для определения положения деталей на раскройном листе достаточно указать либо координаты двух противоположных углов (например, левого верхнего и правого нижнего), либо координаты одного из углов и размеры прямоугольника. В статье [1] предложен метод преобразования раскройного плана прямоугольного раскроя в граф. Например, раскройному плану, представленному на рис.2 будет соответствовать граф, представленный на рис.3.

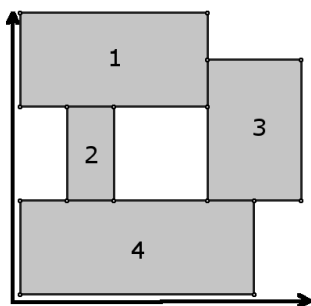


Рис. 2. Пример прямоугольной укладки

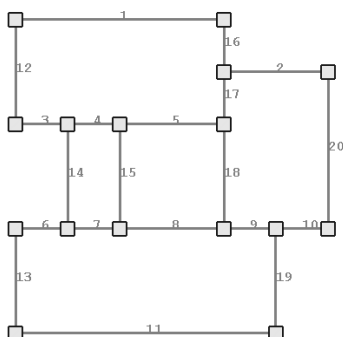


Рис. 3. Карта прямоугольного раскроя в форме плоского графа

Задача упаковки и раскроя фигур сложной формы

Обратим внимание, что при представлении укладки фигур сложной формы в формате плоского графа:

- контур детали, описанный сложной геометрической линией, может быть представлен в форме единственного ребра плоского графа;
- соединенные края деталей, вырезание которых может быть выполнено техникой совмещенного реза, должны быть представлены одним ребром графа.

Таким образом, укладку представленную на рис. 4 можно представить в форме плоского графа как показано на рис. 5.

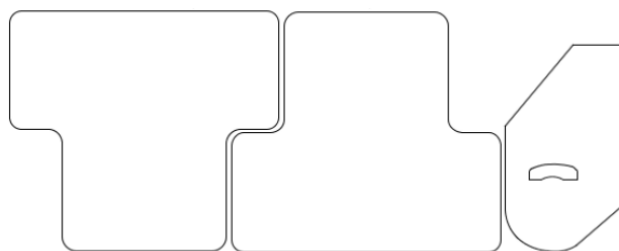


Рис.4. Пример укладки деталей сложной формы

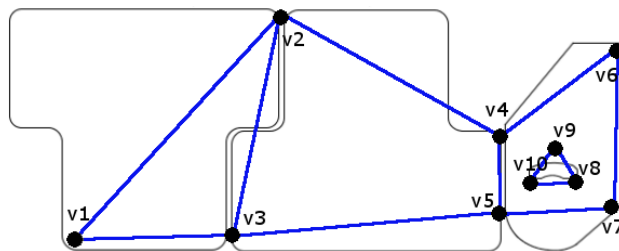


Рис.5. Представление укладки деталей сложной формы в виде плоского графа

Из рисунка видно, что ребро $(v2, v3)$ соответствует участку совмещенного реза, а ребро $(v1, v2)$ соответствует линии реза сложной формы.

3. Оценка минимального числа врезок маршрута раскроя

Известно, что стоимость процесса раскроя зависит в основном от трех факторов: длины пути холостого хода, длины пути реза и количества холостых проходов (т. е. точек врезки) [1]. Эти величины можно оценить, используя аппарат теории графов в случае если карта раскроя представлена в форме плоского графа для которого заданы соответствия:

- длины линий реза соответствует весу ребер графа;
- вершины графа соответствуют возможным точкам врезки;
- задана матрица расстояний между точками врезки, соответствующими вершинам графа;

Необходимо различать задачи минимизации длины холостых переходов режущего инструмента и минимизации числа точек врезки. Например, для графа, представленного на рис.6 решена задача минимизации суммарной длины холостых переходов (соответствующие холостым переходам ребра отмечены пунктиром). На рис.7 для того же графа решена задача минимизации числа точек врезки.

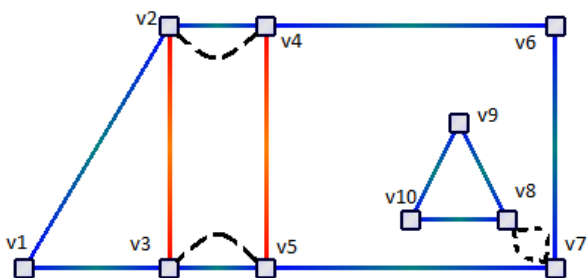


Рис. 6. Минимизация длины холостых переходов

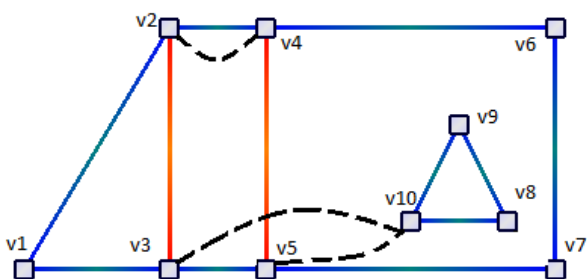


Рис. 7. Минимизация числа точек врезки

Как показано в [3] для обоих этих примеров можно построить ОЕ-покрытие, но в первом случае построено четыре дополнительных ребра: $(v2, v4)$, $(v3, v5)$ и ребро $(v7, v8)$ используется дважды, а во втором случае построено три дополнительных ребра: $(v2, v4)$, $(v3, v10)$ и $(v5, v10)$. Каждому дополнительному ребру будет соответствовать участок холостого хода инструмента и дополнительная точка врезки.

В [4] доказано, что для любого множества M , представляющего парасочетание на множестве вершин нечетной степени связного графа можно построить ОЕ-покрытие, используя в качестве переходов между цепями элементы множества M . Значит число холостых переходов при «вырезании» связного графа может не превышать половины числа вершин нечетной степени ($V_{odd}/2$). Минимальное число точек врезки для такого графа будет соответствовать $V_{odd}/2$ или $V_{odd}/2+1$ в случае если на внешней грани связного графа нет вершин нечетной степени. Например, в графе, представленном на рис.8, две вершины нечетной степени, однако, чтобы соблюсти условие упорядоченного охватывания при вырезании такого графа, необходимо начинать рез с внешней грани, а

минимальное число точек врезки при вырезании карты раскроя, представленной таким графом будет равно 2.

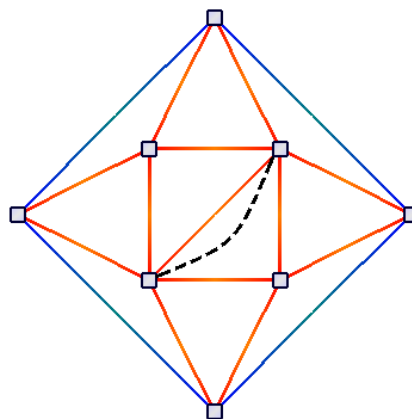


Рис.8. Связный граф, имеющий только вершины четной степени на внешней грани

Используя рассуждения выше можно создать алгоритм определения минимального числа точек врезки для карты раскроя, представленной плоским несвязным графом

Алгоритм IncutCount

Входные данные: плоский граф $G(V,E)$, представленный списком ребер с заданными на них функциями $v_k(e), l_k(e), f_k(e), k=1,2$.

Выходные данные: минимальное число точек врезки.

Шаг 1. Выделить компоненты связности графа G используя алгоритм фронта-волны для каждой компоненты связности. Сложность шага не превосходит $O(|V|^2 \log |V|)$

Шаг 2. Определить степени вершин, а так же их принадлежность внешней грани каждой компоненты связности, используя функции $v_k(e), l_k(e), f_k(e)$. Сложность шага не превосходит $O(|E|)$.

Шаг 3. Минимальное число врезок равно сумме $V_{odd}/2$ графа и числа компонент связности на внешней грани которых отсутствуют вершины нечетной степени. Сложность шага не превосходит $O(|V|)$.

При помощи предложенного алгоритма можно за полиномиальное время оценить минимальное число точек врезки, которые необходимо сделать при вырезании карты раскроя, представленной графом G . Реальное число и положение точек врезки будет зависеть, в том числе, от технологии раскроя. Сложность алгоритма не превосходит $O(|V|^2 \log |V| + |E|)$. На рис. 9 представлен снимок экрана программы, определяющей число компонент связности графа и выделяющей внешнюю грань каждой компоненты [5].

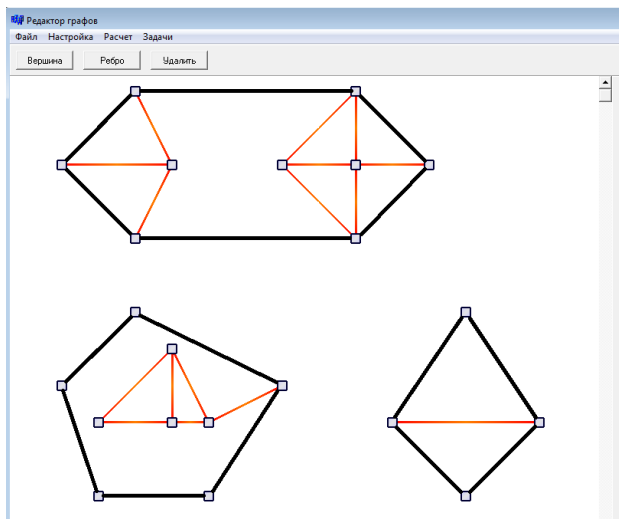


Рис. 9. Программа EulerTrail

Таким образом, если предложено несколько вариантов размещения деталей на карте раскроя и для каждого варианта задан соответствующий граф, то используя аппарат теории графов можно оценить минимально необходимое число точек врезки, длины реза и холостых переходов при раскрое материала. На следующем шаге можно выбрать вариант укладки, максимально удобный для выполнения раскроя.

4. Заключение

В статье рассмотрен вариант использования аппарата теории графов при оценке размещения деталей на карте раскроя с целью оптимизации маршрута режущего инструмента.

- Предложены правила представления карты раскроя в форме плоского графа

- Разделены задачи оптимизации длины холостых переходов и минимизации числа точек врезки
- Представлен алгоритм определения минимального числа точек врезки для карты раскроя, представленной плоским несвязным графом

Список используемых источников

1. Панюкова Т.А. "Оптимизация использования ресурсов при технологической подготовке процессов раскроя" Прикладная информатика. – №3(39), 2012. – С.20-32
2. Panyukova T. "Cover with Ordered Enclosing for Flat Graphs" Electronic Notes in Discrete Mathematics. 2007. № 28. P. 17–24.
3. Панюкова Т.А., Савицкий Е.А. "Допустимые эйлеровы покрытия с упорядоченным охватыванием для многосвязного графа" Статистика. Моделирование. Оптимизация: Сборник трудов Всероссийской конференции (Челябинск, 28 ноября - 2 декабря, 2011 г.) Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – С. 154-159.
4. Панюкова Т.А. "Оптимальные эйлеровы покрытия с упорядоченным охватыванием для плоских графов" Дискретный анализ и исследование операций. Март–апрель, 2011. – Том 18. – №2. – С.64–74.
5. Panyukova T.A., Savitskiy E.A. "The Software for algorithms of ordered enclosing covering constructing for plane graphs" Vestnik UGATU Vol. 17, no. 6 (59), pp. 65-69, Ufa, Russia: Ufa State Aviation Technical University, 2013, ISSN 1992-6502