Анализ и решение некоторых задач формирования производственных групп

А.А. Колоколов
Лаборатория дискретной оптимизации
Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН
Омск, Россия
e-mail: kolo@ofim.oscsbras.ru

Л.Д. Афанасьева
Институт математики и информационных технологий
Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского
Омск, Россия
e-mail: lubovshulepova@gmail.com

Аннотация[1]

Работа посвящена обзору исследований по задачам формирования производственных групп с учетом межличностных отношений. Приводятся и анализируются математические модели, предлагается ряд алгоритмов их решения, описываются результаты вычислительного эксперимента.

1. Введение

Современный этап развития общества характеризуется активной разработкой и применением математических моделей и методов в планировании, проектировании, исследовании социально-экономических, технических и других систем. Весьма актуальными являются проблемы управления персоналом, в том числе задачи формирования производственных групп, что обусловлено появлением новых компаний, развитием торговых сетей, повышением требований к специалистам и рядом других факторов. При создании производственных групп приходится рассматривать множество вопросов, касающихся назначения на должности, качества и своевременности выполнения работ, обеспечения комфортных условий труда и т.д.. Требуется также учитывать межличностные и иерархические отношения в коллективе, ресурсные и иные ограничения [1,2].

Одним из широко известных подходов к решению задач формирования производственных групп является применение аппарата дискретной оптимизации, в том числе целочисленного линейного программирования (ЦЛП). В настоящее время можно выделить следующие направления исследований этих задач:

1) разработка и использование моделей ЦЛП, построенных на основе известных задач о назначениях и их обобщений;

2) применение задач оптимизации, связанных с покрытиями, разбиением множеств и размещениями предприятий;

3) теоретико-игровые модели для исследования процессов формирования и функционирования коллективов.

В данной работе представлен ряд результатов, полученных по первым двум направлениям. Особенностью рассматриваемых постановок задач является учет межличностных отношений. Приводятся и исследуются математические модели, дается краткая информация об алгоритмах решения задач и вычислительном эксперименте.

2. Проектирование групп с учетом межличностных отношений

Рассмотрим следующую постановку задачи (обозначим ее P_1). Предположим, что предприятие планирует сформировать производственную группу при условии наличия на рынке труда определённого множества претендентов, число которых не меньше количества имеющихся работ. Любому претенденту может быть назначено не более заданного числа работ, причём каждая из них должна выполняться только одним специалистом. Известны расходы на оплату труда каждого претендента. Кроме того, необходимо учесть межличностные отношения: претенденты с напряженными отношениями не допускаются к выполнению работ, предполагающих их взаимодействие. Требуется сформировать производственную группу с учетом указанных выше условий так, чтобы суммарный расход ресурсов, затрачиваемых на содержание группы, был

Труды международной конференции "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений", 21-25 мая, Уфа, Россия

минимальным. Задача P_1 является *NP*-трудной, для нее построена и исследована модель ЦЛП [3]. Нами доказана полиномиальная сводимость P_1 к задаче поиска независимого множества минимального веса (при фиксированной мощности этого множества). Кроме того, найдены полиномиально разрешимые случаи.

3. Образование групп с максимизацией числа комфортных отношений

Приведем постановку задачи(обозначим ее P_2), отличающуюся от предыдущей тем, что специалисты включаются в группу, но не распределяются по работам. Предположим, что имеется множество специалистов, являющихся претендентами для включения в производственную группу. Между ними существуют бинарные отношения двух типов - комфортные и напряженные. Допускается ситуация, когда между некоторыми претендентами отношения не определены. Необходимо сформировать указанную группу так, чтобы число комфортных отношений между её членами было максимальным, а напряженные отношения отсутствовали.

Пусть n – число претендентов и m – число работ. Построим модель целочисленного линейного программирования (ЦЛП) для задачи P_2. Рассмотрим граф G с множеством вершин $V=\{1,...,n\}$ и множеством ребер $E \subseteq \{(i,j) \mid i,j \in V, i \neq j\}$. Вершины графа соответствуют претендентам на включение в производственную группу, а ребра – отношениям между ними, т.е. $E = E_1 \cup E_2$:

1) E_1 – множество ребер, отражающих комфортные отношения между специалистами,

2) E_2 – множество ребер, отвечающих напряженным отношениям.

Задача оптимизации P_2 заключается в отыскании множества вершин $V' \subseteq V$ такого, что подграф G' графа G , порожденный подмножеством V', не содержит ребер из E_2 и включает максимальное число ребер из E_1.

Для модели ЦЛП введем булевы переменные: $y_{ij}=1$, если специалисты i и j входят в коллектив и между ними комфортные отношения, иначе y_{ij}=0, $(i,j)\in E_1$; $x_i = 1$, если специалист i включен в состав формирующегося коллектива, иначе $x_i = 0$, $i \in V$. Тогда получаем следующую задачу:

$$\sum_{(i,j)\in E_1} y_{ij} \to \max \tag{1}$$

при условиях

$$\left(x_i + x_j\right) \le 1,\ (i,j)\in E_2, \tag{2}$$

$$\left(x_i + x_j\right) \ge 2y_{ij},\ (i,j)\in E_1, \tag{3}$$

$$x_i \in \{0,1\},\ i \in V, \tag{4}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\},\ (i,j)\in E_1 \tag{5}$$

Целевая функция (1) направлена на максимизацию числа ребер из множества E_1, входящих в подграф G'. Неравенства (2) отвечают требованию отсутствия ребер из E_2 в искомом подграфе G'. Ограничение (3) обеспечивает выполнение следующего условия: переменная y_{ij} может принять значение, равное единице, только если обе вершины i и j, инцидентные одному ребру из E_1, входят в решение. Условиям булевости переменных соответствуют (4), (5). Задача P_2 является NP-трудной [4]. Нами доказана ее полиномиальная сводимость к задаче о наибольшем независимом множестве. Найдены полиномиально разрешимые частные случаи. Приводятся некоторые обобщения модели.

4. Применение некоторых задач оптимального размещения

Рассмотрим еще одну постановку (NP-трудная задача P_3), которая возникла на основе оптимального размещения предприятий [5]. Предположим, что некоторое предприятие планирует сформировать группу работников для обслуживания клиентов. Имеется множество претендентов для включения в эту группу. Между отдельными парами претендентов могут быть напряженные отношения, что в составе группы не допускается. Каждый клиент может обслуживаться только одним работником. Известны расходы, связанные с приемом на работу каждого претендента, и затраты на обслуживание клиента каждым из работников. Требуется сформировать группу, численность которой ограничена сверху заданной величиной, а суммарные затраты на сотрудников и обслуживание клиентов минимальны при выполнении указанных выше условий. Для построения математической модели используем обозначения:

c_i – расходы, связанные с приемом на работу претендента *i*;

c_{ij} – затраты на обслуживание клиента j претендентом *i*;

p – максимальное количество специалистов, включаемых в формируемую группу.

Введем переменные задачи:

$z_i = 1$, если претендент i включен в производственную группу, $z_i = 0$, в противном случае; $x_{ij} = 1$, если клиент j обслуживается претендентом i, $x_{ij} = 0$, иначе.

С учетом введенных обозначений модель ЦЛП будет выглядеть следующим образом:

$$\sum_{i\in I} c_i z_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij} x_{ij} \to \min \qquad (6)$$

при условиях

$$\sum_{i\in I} x_{ij} = 1,\ j\in J, \qquad (7)$$

$$z_i + z_l \le 1,\ (i,l)\ \in\ E_2, \qquad (8)$$

$$\sum_{i\in I} z_i \le p, \qquad (9)$$

$$x_{ij} \le z_i,\ i\in I,\ \ j\in J, \qquad (10)$$

$$z_i, x_{ij} \in \{0,1\},\ \ i\ \in I, j\in J. \qquad (11)$$

Целевая функция (6) направлена на минимизацию суммарных затрат; равенства (7) показывают, что каждый клиент должен быть обслужен; ограничения (8) исключают напряженные отношения в коллективе, а (9) ограничивает численность работников в группе; неравенства (10) гарантируют обслуживание клиентов только теми работниками, которые включены в группу.

Для задачи P_1 разработаны алгоритмы комбинаторного типа, в том числе алгоритм ветвей и границ, в котором ее решение сводится к последовательности задач о назначениях, а также гибридный алгоритм, основанный на использовании пакета GAMS и правильных отсечений. Кроме того, для решения задачи P_2 построены алгоритмы ветвей и границ и эвристические процедуры, а для решения P_3 - алгоритмы, в которых применяется декомпозиция Бендерса и другие подходы [5]. Проведены экспериментальные исследования, в том числе на примере решения одной прикладной задачи.

5. Заключение

В работе исследованы задачи формирования производственных групп с учетом межличностных отношений. Доказана полиномиальная сводимость указанных задач к некоторым известным задачам оптимизации на графах. Выделены полиномиально разрешимые частные случаи. Разработаны и исследованы алгоритмы комбинаторного типа и процедура отсечения для решения рассматриваемых задач. Проведен вычислительный эксперимент, который показал перспективность применения построенных моделей и алгоритмов в системах поддержки принятия решений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 13-01-00862.

Список используемых источников

1. Воронин А.А., Мишин С.П., Новиков Д.А. “Математические модели организаций: уч. пособ.”. М.: ЛЕНАНД, 2008.

2. Колоколов А.А., Ярош А.В., Абрамова И.А. “Решение некоторых задач управления персоналом предприятия с использованием компьютерного моделирования”. VI Междунар. научный конгресс “Роль бизнеса в трансформации российского общества – 2011”. М.: МФПА. 2011, с. 583 – 584.

3. Колоколов А.А., Афанасьева Л.Д. “Разработка и анализ алгоритма решения некоторых задач формирования производственных групп”. Омский научный вестник, 2012, вып. 2, с. 39 – 42.

4. Колоколов А.А., Серышева Ю.С., Шулепова Л.Д. “Решение задач формирования малых групп с учетом межличностных отношений”. Методы оптимизации и их приложения: сб. тр. 15-й Байкальской междунар. школы-семинара, Иркутск: РИО ИДСТУ СО РАН, 2011, с. 61 – 66.

5. Маринова А.И. “Об одной задаче формирования производственных групп”. Труды XIII Междунар. научно-инновац. конф. аспирантов, студентов и молодых исследователей с элементами научной школы “Теоретические знания – в практические дела”, ч. 2, Омск: Филиал ФГБОУ ВПО “МГУТУ им. К.Г. Разумовского” в г. Омске, 2 012, с. 204 – 206.